

جامعة البعث	امتحان مادة فقهية	اسم الطالب
كلية الشريعة	سنة رابعة رياضات (تحتل)	الدرجة : 100
اسم الرياضات	الفصل الأول (١٧-١٨-١٩)	تاريخ : ١٩٩٠-١٩٩١

السؤال الأول (45 درجة)

ليكن السطح المعين بالمعادلة : $(-2x + 3y + 4z - 1)(x + y + z - 1) = 0$ والمطلوب :

- تحقق من أن السطح نظبي ، ادرس طبيعة نقاطه وخطوطه الاسطوانية .
- حدد الخطوط المقعوبة وخطوط التقوس والتوسيات الأساسية لهذا السطح .
- اطلاقاً من أن معادلة التقوس الذاتية على سطح تأخذ الشكل
$$G^2 - 2MG + N^2 = 0$$
 وفرض (G, M) محلي أساسي على سطح ، أثبت أن معادلة التقوسات الأساسية تأخذ الشكل
$$G^2 - 2MG + N^2 = 0$$
- ليكن المنحني $\gamma(t) = (1-t, 1-t, 1-t)$ على السطح السابق، أثبت أنه جوديري أوحد تقوسه واقطعه في نقطة ما منه .

السؤال الثاني (40 درجة)

- افرض أن النظام الاحداثي $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ المحلي يرتبط بالنظام الاحداثي الديكارتي (x, y, z) بالمعادلة :
$$\bar{x} = x, \bar{y} = y, \bar{z} = z + 1$$
 . أوجد كيف تتغير من النوع $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ والمطلوب أوجد $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ (مركبات كريستوفل) ثم أوجد المشتقة موافق للتحرك $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$.
- افرض $(1, -2) = (x, y, z)$ لا تنسوا في النظام الاحداثي الديكارتي والمطلوب أوجد تقوسه \bar{e}_1 في النظام الاحداثي الخطي $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ السلي .

السؤال الثالث (15 درجة)

عرف المصطوي التقاطعي . وبين أن مجموعة جميع المصطويات المربعة عبر النقطة من المرتبة n تعال متطوياً تقاطعياً بعدد n^2 .

مدرس المقرر أ.د. محسن شبحه

مع تهنيتي بالنجاح

حمص في ١٥/٢/١٩٨٠

الاجوبة النموذجية لمقرر هندسة تفاضلية سنة رابعة رياضيات (ثاني الفصل) (C.V - C.VI)

الجواب الأول:
45

$$r(u, v) = (-\operatorname{ch} u \sin v, \operatorname{ch} u \cos v, u)$$

$$r_u = (-\operatorname{sh} u \sin v, \operatorname{sh} u \cos v, 1), r_v = (-\operatorname{ch} u \cos v, -\operatorname{ch} u \sin v, 0)$$

$$r_{uu} = (-\operatorname{ch} u \sin v, \operatorname{ch} u \cos v, 0), r_{uv} = (-\operatorname{sh} u \cos v, -\operatorname{sh} u \sin v, 0)$$

$$r_{vv} = (\operatorname{ch} u \sin v, -\operatorname{ch} u \cos v, 0)$$

$$E = (r_u)^2 = 1 + \operatorname{sh}^2 u = \operatorname{ch}^2 u, F = r_u \cdot r_v = 0, G = (r_v)^2 = \operatorname{ch}^2 u$$

$$\vec{n} = \frac{\vec{r}_u \times \vec{r}_v}{|\vec{r}_u \times \vec{r}_v|} = \frac{1}{\operatorname{ch} u} (\sin v, -\cos v, \operatorname{sh} u)$$

$$L = \vec{r}_{uu} \cdot \vec{n} = -1, M = \vec{r}_{uv} \cdot \vec{n} = 0, N = \vec{r}_{vv} \cdot \vec{n} = +1$$

(1) نلاحظ ان $r(u, v) \in C^\infty$ و $\vec{r}_u \times \vec{r}_v \neq 0$ اي نقطة من نقاط السطح لذلك فهو نظام
معان.
و $LN - M^2 = -1 < 0$ فان نقاط السطح زائدية
و $M = F = 0$ فان خطوط الانحناء متعامدة

(2) مساوية الخطوط المقارية
رمز
 $\Pi = 0 \Rightarrow -du^2 + dv^2 = 0 \Rightarrow du^2 = dv^2 = du = \pm dv$
 $u = \pm(v + C)$

خطوط التقوس هي حل الجذور
رمز
الخطوط الانحناء هي خطوط التقوس
ولايما والتقوسات الانحناء نلاحظ ان $M = F = 0$ ومنه
من العلاقة اعطاة يمكننا ايجاد مطابقة بالنسبة ل u, v ومنه $M = F = 0$

$$K_1 = \frac{1}{E} = -\frac{1}{\operatorname{ch}^3 u}, K_2 = \frac{N}{G} = \frac{1}{\operatorname{ch}^3 u}$$

$$(L - KE)^2 + 2(M - KF)^2 + (N - KG)^2 = 0$$

المعنى الاساسي لهذه العلاقة بالنسبة ل u, v ومنه اعتبار ان مشتق التقوس u, v وفق
بمفاضلة المطابقة بالنسبة ل u, v نجد

$$(L - KE)^2 + (M - KF)^2 = 0$$

$$(M - KF)^2 + (N - KG)^2 = 0$$

حيث ان التقوس الاساسي وفق المعنى (u, v)
ان المادتين الاخيرتين جبريتا \sim خطيتا بالنسبة ل u, v ومنه ان
محدوها معدوم ان

$$\begin{vmatrix} L - KE & M - KF \\ M - KF & N - KG \end{vmatrix} = 0$$

$$K^2(EG - F^2) - K(EN - 2FM + GL) + LM - u^2 = 0$$

(ع) لدينا $\vec{r}(t) = (-\cos t, -\sin t, 0)$ و $\vec{r}'(t) = (\sin t, -\cos t, 0)$

و $\vec{n} = (\sin t, -\cos t, 0)$ و $\vec{r}''(t) = (\cos t, \sin t, 0)$

المختفي هو $(\vec{n}, \vec{r}', \vec{r}'') = \begin{vmatrix} \sin t & -\cos t & 0 \\ -\cos t & -\sin t & 0 \\ -\sin t & \cos t & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow K_g = 0$

نعم من الممكن ان تكون $K = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3} = \frac{|\begin{vmatrix} -\cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & -\cos t & 0 \end{vmatrix}|}{(\sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t})^3} = 1$, $C = \frac{(\vec{r}', \vec{r}'', \vec{r}''')}{|\vec{r}' \times \vec{r}''|^2} = 0$

نعم من الممكن ان تكون

لا من الممكن ان تكون

الاجاب الثاني
8/5 = 40

$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & \bar{y} \\ 0 & \bar{x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \bar{y} & \bar{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + (\bar{y})^2 & \bar{x}\bar{y} \\ \bar{x}\bar{y} & (\bar{x})^2 \end{pmatrix}$

$\Gamma_{2,1,2} = \frac{1}{2} (\partial_1 g_{22} - \partial_2 g_{12} - \partial_2 g_{12}) = \bar{x}$, $\Gamma_{1,2,1} = \frac{1}{2} (\partial_1 g_{11} + \partial_2 g_{11} - \partial_1 g_{21}) = \bar{y}$

$g^{ij} = \frac{1}{(\bar{x})^2} \begin{pmatrix} \bar{x}^2 & -\bar{x}\bar{y} \\ -\bar{x}\bar{y} & 1 + (\bar{y})^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -(\frac{\bar{y}}{\bar{x}}) \\ -\frac{\bar{y}}{\bar{x}} & \frac{1 + (\bar{y})^2}{\bar{x}^2} \end{pmatrix}$

$\Gamma_{2,1}^1 = g^{1\alpha} \Gamma_{\alpha,2,1} = g^{11} \Gamma_{1,2,1} + g^{12} \Gamma_{2,2,1} = \bar{y} - \frac{\bar{y}}{\bar{x}} (\bar{x}) = 0$

$\Gamma_{2,1}^2 = g^{2\alpha} \Gamma_{\alpha,2,1} = g^{21} \Gamma_{1,2,1} + g^{22} \Gamma_{2,2,1} = -\frac{\bar{y}}{\bar{x}} (\bar{y}) + (\frac{1 + (\bar{y})^2}{\bar{x}^2}) \cdot \bar{x} = \frac{1}{\bar{x}}$

$\bar{T}_{1,2} = \partial_2 \bar{T}_1 - \bar{T}_\alpha \Gamma_{2,1}^\alpha = 0 - \bar{T}_1 \Gamma_{2,1}^1 - \bar{T}_2 \Gamma_{2,1}^2 = -(\bar{x} \cdot 0 + 1 \cdot \frac{1}{\bar{x}}) = -\frac{1}{\bar{x}}$

$\bar{S}_1 = S_1 \frac{\partial x}{\partial \bar{x}} + S_2 \frac{\partial y}{\partial \bar{x}} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot \bar{y} = 1 + 2\bar{y}$

الاجاب الثاني

5 اذيق: المنطوق لتفاضل M هو مضاد لتوليد فصول يحقق مايلي:

(1) توجد في M مجموعة من الخرائط $A = \{(U, X_\alpha) | \alpha \in I\}$ بحيث

- من أجل أي $\alpha \in I$ فان المجموعة $X_\alpha(U_\alpha)$ مضمومة في \mathbb{R}^n , $M = \bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha$

(2) من أجل أي خائطين (U, X) و (V, Y) من A , حيث $U \cap V \neq \emptyset$ فان

$Y \circ X^{-1}: X(U \cap V) \rightarrow Y(U \cap V)$ التطبيق

$(x^1, \dots, x^n) \rightarrow (y^1(x^1, \dots, x^n), \dots, y^n(x^1, \dots, x^n))$

تطبيق أملس أي $\det(\frac{\partial y^i}{\partial x^j}) \neq 0$

(3) الاملت A اعظم في M (من اجل أي خارطة (U, Z) متضمنة مع A يجب ان تستلزم A)

تبع خلف الورقة

برمت $GL(n, \mathbb{R}) = G$ مجموعة كل مصفوفات المربع غير الشاذة من الشكل $n \times n$
 ان G هي منظومة من المصفوفات n

ان G مضار متري فصول حيث دالة المصفوفة عليه :

$$d(A, B) = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n (a_{ij} - b_{ij})^2}$$
 حيث $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$

لتوضيات $A = (a_{ij}) \in G$ ونفرض ϕ تطبيق بالشكل :

$$\begin{aligned} \phi: G &\longrightarrow \mathbb{R}^{n^2} \\ A &\longmapsto \phi(A) = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{nn}) \in \mathbb{R}^{n^2} \end{aligned}$$

نلاحظ ان المصفوفة (G, ϕ) هي خارطة اعدادية من G الى \mathbb{R}^{n^2} اي
 ان ϕ تنبث ان المجموعة $\phi(G)$ مجموعة مفتوحة في \mathbb{R}^{n^2} (اعتباراً ϕ تقابلي)
 لنفرض دالة $\Delta: \mathbb{R}^{n^2} \rightarrow \mathbb{R}$ بالشكل :

$$\Delta(x_{11}, \dots, x_{nn}) = \sum_{\sigma \in S_n} (-1)^\sigma x_{1\sigma(1)} \dots x_{n\sigma(n)}$$

حيث S_n مجموعة جميع التباديل لـ n دليل .

نلاحظ ان Δ تقابلي مستمران $\Delta \circ \phi(A) = \det A$ لذالك فان
 $\phi(G) = \Delta^{-1}(\mathbb{R}^*)$ هي مجموعة مفتوحة (الصورة العكسية لمجموعة مفتوحة)
 انتهت الإجابة د. محمد شيبه

